Handout der Übungsstunde vom 20.03.2019

Bibiana Prinoth
bprinoth@phys.ethz.ch
https://blogs.ethz.ch/funwithphysics/

Nachbesprechung Serie 2

Aufgabe 2

In den Tipps wurde erwähnt, dass es sich um ein ideales Gas handelt. Diese Information wird nur dazu benutzt, den Zusammenhang zwischen dem Druck und dem Volumen herzustellen. Zumal sich das Ganze bei konstanter Temperatur abspielt, können wir Folgendes aus der idealen Gasgleichung ableiten:

$$pV = \text{konst.} \tag{1}$$

Es werden zwei Situationen betrachtet, um diese Aufgabe zu lösen. Sie sind beide in Abb. 1 dargestellt.

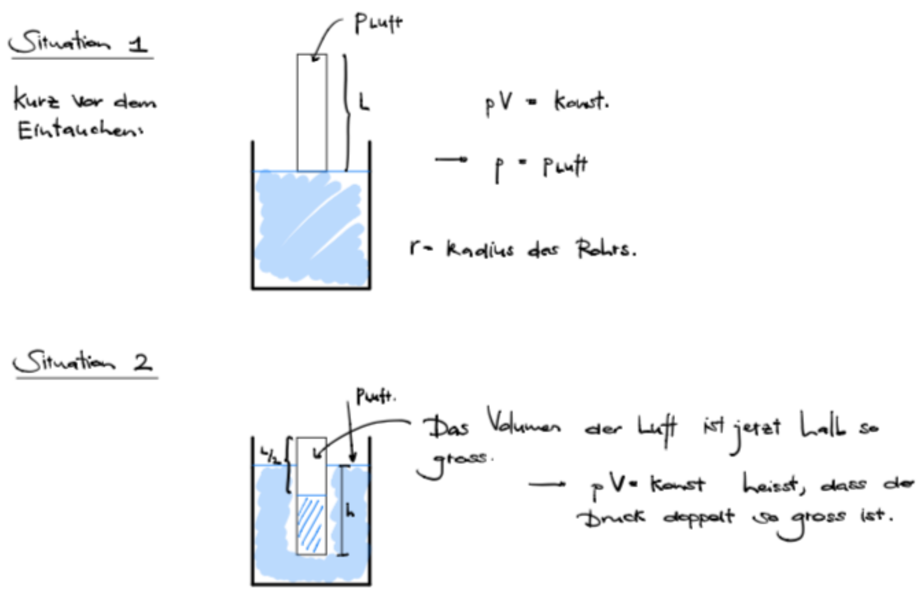

Abbildung 1: **Gegenüberstellung der zu betrachtenden Situationen.**

Situation 1 zeigt den Moment noch vor dem Eintauchen des Rohres. Der Einzige Druck, der wirkt, ist der Umgebungsdruck des Luft.

Situation 2 zeigt die Anordnung nach Eintauchen des Rohrs. Es gibt hier zwei wichtige Komponenten, die man anschauen muss. Zum Einen wurde die Luft im Rohr komprimiert und hat nun einen doppelt so hohen Druck, zum Andern wird aufgrund des Wassers oberhalb des Rohrs ein Druck auf dieses ausgeübt, sodass das Wasser in die Röhre steigt. Dadurch wird der Druck $\rho g(h - \frac{L}{2})$ ausgeübt.

Benutzt man nun die Bernoulli Gleichung mit $v = 0$ folgt:

$$2p_{\text{Luft}} = p_{\text{Luft}} + \rho g\left(h - \frac{L}{2}\right) \tag{2}$$

Die Gleichung lässt sich dann nach h auflösen.

Aufgabe 5

Die Aufgaben mit Hagen-Poiseuille sind nicht ganz einfach, sollten jedoch mit den gegebenen Tipps gut lösbar sein. Ziel dieser Aufgabe war es, das folgende Profil zu benutzen:

$$v(r) = \frac{\Delta p}{4\eta L}\left(R^2 - r^2\right) \tag{3}$$

und damit einen Ausdruck für die infinitesimale kinetische Energie in einem Zylindermantel der Dicke dr zu finden. Dies ergibt die folgende infinitesimale Energie:

$$dE_{\text{kin}} = \frac{1}{2}dmv^2 = \frac{1}{2}\rho V v^2 = \frac{1}{2}\rho 2\pi r dr L v^2(r) = \pi r L \rho\left(\frac{\Delta p}{4\eta L}(R^2 - r^2)\right)^2 dr \tag{4}$$

Das Integral von 0 bis R ergibt dann die finale Lösung für die gesamte kinetische Energie:

$$E_{\text{kin}} = \frac{\pi\rho\Delta p^2}{16\eta^2 L}\frac{R^6}{6} \tag{5}$$

Neue Theorie: Zustandsänderung idealer Gase

Wir betrachten im Rahmen dieses Kurses vier wichtige Zustandsänderungen idealer Gase. Diese sollen hier nochmals kurz aufgeführt werden.

Isobar

Folgende Eigenschaften gelten bei isobaren Zustandsänderungen:

$$p = \text{konst} \tag{6}$$

$$W^{\swarrow} = -p\int_{V_A}^{V_E} dV = -p\Delta V \tag{7}$$

$$\Delta Q^{\swarrow} = nC_p\Delta T \tag{8}$$

Isotherm

Folgende Eigenschaften gelten bei isothermen Zustandsänderungen:

$$T = \text{konst.} \tag{9}$$

$$U = \text{konst.} \rightarrow dU = 0 \tag{10}$$

$$\Delta Q^{\swarrow} = -\Delta W^{\swarrow} = \Delta W^{\nearrow} = p\Delta V \tag{11}$$

Adiabatisch

Folgende Eigenschaften gelten bei adiabatischen Zustandsänderungen:

$$\Delta Q^{\swarrow} = 0 \tag{12}$$

$$\Delta U = nC_V \Delta T = \Delta W^{\swarrow} = -p\Delta V = \frac{nRT}{V}\Delta V \tag{13}$$

Zusätzlich gelten noch die Adiabatengleichungen:

$$TV^{\kappa-1} = \text{konst.} \tag{14}$$

$$pV^{\kappa} = \text{konst.} \tag{15}$$

$$T^{\kappa}p^{1-\kappa} = \text{konst.} \tag{16}$$

wobei $\kappa = \frac{C_p}{C_V}$.

Isochor

Folgende Eigenschaften gelten bei isochoren Zustandsänderungen:

$$V = \text{konst.} \tag{17}$$

$$\Delta W^{\swarrow} = 0 \rightarrow \Delta U = \Delta Q^{\nearrow} \tag{18}$$

$$\Delta Q^{\swarrow} = nC_V \Delta T \tag{19}$$

Wirkungsgrad

Der Wirkungsgrad eines Prozesses ist definiert durch:

$$\eta = \frac{W_{\text{tot}}^{\nearrow}}{Q^{\swarrow}} \tag{20}$$

Carnot - Prozess

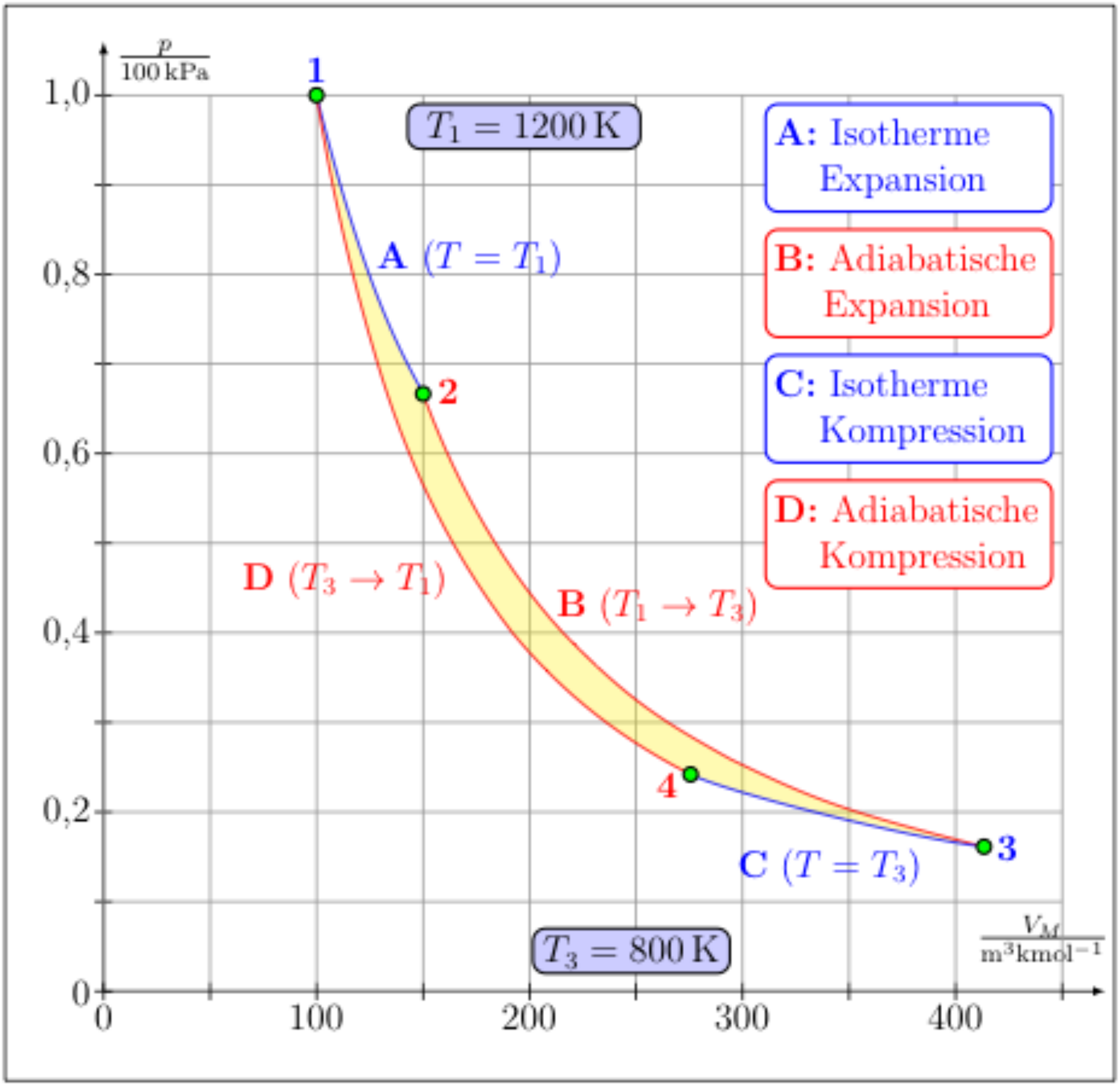

Abbildung 9.20: Das pV-Diagramm des Carnot'schen Kreisprozesses (maßstäbliche Darstellung). Der Betrag der geleisteten Arbeit ist gleich der getönten Fläche.

Tabelle 9.3: Schritte der Carnot-Maschine. Wärmeres Wärmereservoir: $T_\mathrm{w} \equiv T_1$, kälteres Wärmereservoir: $T_\mathrm{k} \equiv T_3$

Schritt:	**A: (1 → 2)**	**B: (2 → 3)**	**C: (3 → 4)**	**D: (4 → 1)**
Prozess:	isotherme Expansion	adiabatische Expansion	isotherme Kompression	adiabatische Kompression
Volumen	$V_1 \to V_2$	$V_2 \to V_3$	$V_3 \to V_4$	$V_4 \to V_1$
Temperatur	T_w	$T_\mathrm{w} \to T_\mathrm{k}$	T_k	$T_\mathrm{k} \to T_\mathrm{w}$
Arbeitsleistung $W^{\swarrow} = -\int p\,dV$ $= -nRT\int \frac{1}{V}dV$	$\delta W_1^{\nearrow} = \nu R T_\mathrm{w} \ln \frac{V_2}{V_1}$	$\delta W_2^{\nearrow} = \nu C_V (T_\mathrm{w} - T_\mathrm{k})$ $dU = nC_V dT$ $\to dU = dW^{\swarrow}$	$\delta W_3^{\swarrow} = \nu R T_\mathrm{k} \ln \frac{V_3}{V_4}$	$\delta W_4^{\swarrow} = \nu C_V (T_\mathrm{w} - T_\mathrm{k})$
Wärmezufuhr $dQ^{\swarrow} = -dW^{\swarrow}$ $= dW^{\nearrow}$	$\delta Q_1^{\swarrow} = \nu R T_\mathrm{w} \ln \frac{V_2}{V_1}$	0	$\delta Q_2^{\nearrow} = \nu R T_\mathrm{k} \ln \frac{V_3}{V_4}$	0
	>0		>0	

Für die beiden adiabatischen Schritte 2 und 4 gilt nach Gl. 9.55:

$$T_1\, V_2^{\kappa-1} = T_3\, V_3^{\kappa-1} \tag{9.63}$$

$$T_1\, V_1^{\kappa-1} = T_3\, V_4^{\kappa-1} \tag{9.64}$$

Durch Division von Gl. 9.63 mit Gl. 9.64 erhält man schliesslich die Bedingung

$$V_1 \cdot V_3 = V_2 \cdot V_4\,, \tag{9.65}$$

die eine Folge davon ist, dass der Zyklus geschlossen ist. Die Bedingungen dafür, dass der Kreislauf geschlossen ist, sind in Tabelle 9.4 angegeben.

Als Wirkungsgrad als Wärmekraftmaschine erhalten wir den **Carnot-Wirkungsgrad**:

$$\boxed{\eta_\mathrm{C} = \frac{\text{gewonnene Arbeit}}{\text{zugeführte Wärme}} = \frac{\delta W_1^{\nearrow} + \delta W_2^{\nearrow} - \delta W_3^{\swarrow} - \delta W_4^{\swarrow}}{\delta Q_1^{\swarrow}} = \frac{T_1 - T_3}{T_1} < 1} \tag{9.66}$$

V_1/V_2

$$\eta = \frac{n\left(-T_1 R \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) + C_V\left(T_1 - T_3\right) + T_3 R \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) + C_V\left(T_3 - T_1\right)\right)}{-nRT_1 \ln\left(V_1/V_2\right)}$$

$$= \frac{T_1 - T_3}{T_1} < 1$$