Ergänzungen zu den Tipps zu Serie 8

Bibiana Prinoth
bibi@galactic-gossip.ch
`http://galactic-gossip.ch`

Aufgabe 1: Relativistische Kollision und Elektron-Positron Paarvernichtung

a) In einem ersten Schritt betrachten wir die allgemeine (klassische) Impulserhaltung in Vektorform. Wir erhalten somit einen Ausdruck für θ. In einem weiteren Schritt bringen wir die Relativität mit ins Spiel.
Für relativistische Geschwindigkeiten gilt der folgende Zusammenhang

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4 \tag{1}$$

Durch diesen Zusammenhang bekommt ihr eine Bedinungung für den Impuls. Beachtet, dass die Energie E aus der Ruheenergie (mc^2) und der kinetischen Energie gemäss Aufgabenstellung gegeben ist.

b) Der nichtrelativistische Fall betrachtet die Situation $E_0 << mc^2$. Für den ultrarelativistischen Fall gilt $E_0 >> mc^2$. Betrachtet was hier nun mit dem $\cos\theta$-Term geschieht.

c) Wir wechseln für diesen Aufgabenteil in das sogenannte Schwerpunktsystem: Wir betrachten also zwei Teilchen, die aufeinander knallen. In diesem System haben die beiden Teilchen die gleiche Energie. Betrachtet nun die Energieerhaltung, wenn nur ein Photon produziert werden würde. Folgert dann aus der Impulserhaltung, dass das Photon in diesem Fall nicht masselos sein kann.

d) *Wie gross ist die Gesamtenergie und die Geschwindigkeit des Elektrons und des Positrons?* Für diese Frage benutzen wir wieder den Zusammenhang aus Gleichung (1). Für die Geschwindigkeitsbestimmung benutzen wir die Definiton des relativistischen Impulses

$$p = \gamma m v = \gamma m \beta c \tag{2}$$

Bestimmt daraus β und bringt es in die Form:

$$\beta^2 = \frac{1}{1+Q^2} \tag{3}$$

Betrachtet nun Q etwas genauer. Vielleicht hilft euch Taylor ja :). *Was ist die Masse des neu erzeugten Teilchens?* Hier betrachten wir wieder die Impuls- und Energieerhaltung.

Aufgabe 2: Rotverschiebung astronomischer Quellen

Zu diesem Thema werden wir in der Übungsstunde noch ein cooles angewandtes Beispiel sehen!

a) Findet einen Zusammenhang zwischen Frequenz und Wellenlänge einer elektromagnetischen Welle. Einsetzen und fertig.

b) Wir benutzen den relativistischen Dopplereffekt zusammen mit der Annahme, dass das Objekt sich in die gleiche Richtung wie das emittierte Licht ($\theta = 0$). Der Dopplereffekt ist dann gegeben durch:

$$f_0 = f_e \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \tag{4}$$

Findet nun einen Ausdruck für z.

c) Betrachtet den Fall $v << c$. Taylor ist wieder mal euer bester Freund.

d) Setzt die Werte mal ein und schaut, was dabei rauskommt. Berechnet anschliessend β.

Aufgabe 3: Michelson-Morley Experiment

Hier springen wir wieder ins Kapitel Wellen zurück und betrachten die Abhängigkeiten aufgrund eines Pfadunterschieds. Ich möchte euch hier nicht zu viele Tipps geben, da ihr ja eigentlich schon Wellenprofis seid.

a) Die Quelle emittiert eine Welle der Form $S_Q = A\cos(\omega t)$, dh. für die Welle vorm dem Aufspalten haben wir $S_b = A\cos(kb-)$. Diese Welle wird nun in zwei Teile mit gleicher Intensität aufgespalten. Achtet auf die Intensitätserhaltung! Bei der Rückkehr zu B werden die Wellen teilweise transmittiert, teilweise reflektiert. Ihr erhaltet einen Faktor $1/\sqrt{2}$ - wieso? Im Punkt D betrachtet ihr dann das Superpositionsprinzip der beiden Wellen.

Hinweis: Aufgrund des Beamsplitters wird eine der beiden Wellen in B einen Phasensprung von π erhalten. Es wird nicht erwartet, dass ihr das einfach so wisst. Aber benutzt es hier mal, damit ihr am Ende die richtigen Lösungen bekommt. Mehr Infos findet ihr auf der Moodle-Seite.

b) Wie hängen Intensität und Amplitude voneinander ab?

c) Wir lösen die Aufgabe einmal *in Bewegungsrichtung* und einmal *senkrecht zur Bewegungsrichtung*. Betrachtet den zurückgelegten Weg im klassischen Fall (keine Längenkontraktion) und berechnet daraus die Zeit. Für *in Bewegungsrichtung* wird die Distanz verlängert resp. verkürzt. Für *senkrecht zur Bewegungsrichtung* ist die Verschiebung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung (Pythagoras!).

d) Wir berechnen den Zeitunterschied und drehen das Experiment dann um 90°. Berechnet dann die optische Pfadlänge und daraus δ.

Aufgabe 4: Experimente am LHC

a) Es gilt der Zusammenhang

$$E_p = \gamma m_p c^2. \tag{5}$$

Berechnet daraus v und dann $c - v$.

b) Auch in der speziellen Relativitätstheorie gilt der Zusammenhang

$$\vec{F} = \dot{\vec{p}}. \tag{6}$$

Benutzt wieder die Definition des Impulses. Wie heisst die Kraft, welche ein Teilchen auf der Kreisbahn hält und wie ist sie gegeben?

c) Wir betrachten hier 4er-Impuls-Erhaltung. Der 4er-Impuls für das bewegte Proton ist gegeben durch:

$$P_1^\mu = \begin{pmatrix} E_p/c \\ \vec{p} \end{pmatrix} \tag{7}$$

Für das ruhende Proton haben wir anstelle von E_p nur die Ruheenergie. Stellt die 4er-Impulserhaltung auf und berechnet die Masse des Teilchens X.

d) Betrachtet hier wieder die 4er-Impulserhaltung und beachtet, dass nun beide Protonen beschleunigt wurden.

Aufgabe 5: Protonenstrahl

a) Die Gesamtenergie ist die Summe aus der Ruheenergie und der kinetischen Energie. Zudem gilt für die Gesamtenergie auch

$$E = \gamma m c^2. \tag{8}$$

Findet daraus die Geschwindigkeit.

b) Hier springen wir zu Strömen und Ladungen zurück. Ihr erinnert euch an den Zusammenhang zwischen Ladung und Strom $I = \dot{Q}$. Berechnet die Gesamtladung und daraus den Strom. Beachtet dass sich die Querschnittsfläche nicht ändert, sondern nur die Länge des Zylinders.

c) Benutzt hier Zylinderkoordinaten und benutzt das Gauss'sche Gesetz.

d) Wir berechnen die Ladungsdichte im Bezugsssytem der Protonen. Die Ladung selbst ist Lorenz-invariant, das Volumen jedoch nicht. Aus der Lorentz-Transformation erhält ihr die Volumenänderung. Beachtet dabei, dass die Messung instantan sein soll, $dt = 0$.

e) Benutzt nun die neue Ladungsdichte für das elektrische Feld.

f) Wir betrachten die Situation im Bezugssystem der Protonen. Die Protonen stehen dort still und es wirkt nur die Kraft des elektrischen Feldes. Berechnet die radiale Beschleunigung mit dem zweiten Newton'schen Gesetz. Nun transformieren wir den Ausdruck ins Laborsystem.

Dazu betrachten wir zuerst eine kleine Auslenkung dr' im Protonen-System. Diese transformieren wir dann ins Laborsystem, wobei $dr' = dr$ (wieso?) und $dt' = dt/\gamma$. Aus dr können wir dann die Beschleunigung berechnen.

Viel Erfolg beim Lösen der Serie 8! Meldet euch gerne mit Fragen und vergesst bitte nicht den Doodle [1] auszufüllen.

[1] `https://ethz.doodle.com/poll/xrkidp7mrdm8hyfh`